التاريخ 2014/11/30 | ثانوية بلحاج قاسم نورالدين | السنة الدراسية : 2014 - 2015

المستوى :3 ثانوي تسيير و اقتصاد | **الشلف** | **اختبار الثلاثي الأول**

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (08 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0=\alpha$ حيث α عدد حقيقي و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-2$

I. عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون (u_n) متتالية ثابتة .

II. في ما يلي نفرض أن $u_0=3$.

1) **أحسب** u_3,u_2,u_1 . خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n **فإن** : $u_n\geq -4$.

3) هل (u_n) متقاربة ؟ حدد نهايتها .

4) **لتكن** (v_n) متتالية عددية معرفة من أجا كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_n+4$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) **أحسب عبارة** v_n **بدلالة** n.

ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=7\left(\frac{1}{2}\right)^n-4$. **أحسب** $\lim_{n\to+\infty}u_n$

د) **أحسب بدلالة** n **المجموع** : $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n$ **ثم استنتج بدلالة** n **المجموع**

$S'_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

ورد في مطوية لأمن الطرقات الجدول التالي الذي يعطي مسافة التوقف لسيارة بالمتر بدلالة سرعة السيارة (**كم /سا**)

سرعة السيارة (**كم/سا**) x_i	**50**	**80**	**90**	**100**	**110**
مسافة التوقف y_i (**متر**)	**28**	**58**	**70**	**83**	**98**

1) **أ) مثل سحابة النقط للسلسلة** $(x_i;y_i)$ **في معلم متعامد (على محور الفواصل** $1cm$ **لكل** $10km/h$ على هذا المحور يبدأ التدريج **ابتداء من** 40 **و** $1cm$ **لكل** $10m$ على محور التراتيب)

ب) أحسب احداثيات النقطة المتوسطة G ، ثم علمها في المعلم .

2) بيَن أنَ معادلة مستقيم الانحدار (D) بالمربعات الدنيا هي : $y=1.15x-31.5$ **ثم أرسم** (D).

3) ما هي المسافة اللازمة لتوقف سيَارة تسير بسرعة $200km/h$؟

التمرين الثالث: (06 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\frac{x^2+2x+3}{x^2}$

1) عين الأعداد الحقيقية b,a **و** c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=a+\frac{bx+c}{x^2}$

2) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف. **فسر النتائج** هندسيا.

بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015 ☺ **أستاذ المادة**

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين – الشلف

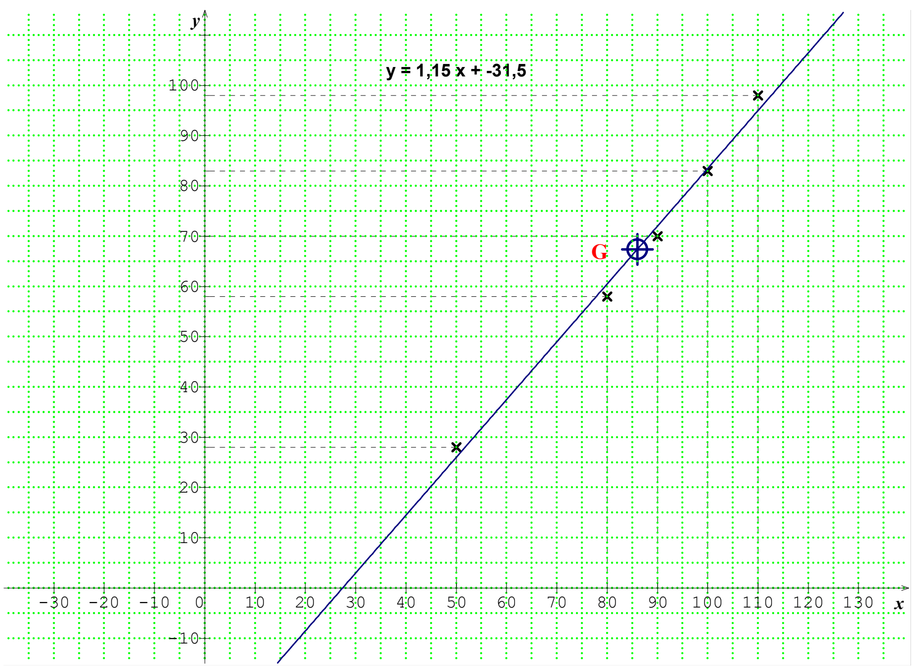
تصحيح الاختبار الأول

الشعبة : 3 تسيير واقتصاد

من انجاز : الأستاذ ثابت إبراهيم

2014 / 12/04

التصحيح	التنقيط
التمرين الاول :	08 نقاط
لدينا : $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-2$	
I. تعين قيمة α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة : (u_n) متتالية ثابتة يعني $u_{n+1}=u_n=u_0=\alpha$ إذن $\frac{1}{2}\alpha-2=\alpha$ ومنه $-2=\alpha-\frac{1}{2}\alpha$ أي $\frac{1}{2}\alpha=-2$ وبالتالي : $\alpha=-4$	0.75
II. نفرض $\alpha=3$: **1) حساب الحدود u_3,u_2,u_1:** • $u_1=\frac{1}{2}u_0-2=\frac{3}{2}-2=-\frac{1}{2}$ • $u_2=\frac{1}{2}u_1-2=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2=-\frac{9}{4}$ • $u_3=\frac{1}{2}u_2-2=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{9}{4}\right)-2=-\frac{25}{8}$	3×0.5
• **تخمين اتجاه تغير المتتالية (u_n):** نلاحظ أنَ $u_0>u_1>u_2>u_3$ ومنه (u_n) متتالية متناقصة .	0.25
2) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n>-4$: • نسمي $P(n)$ هذه الخاصية . 1- من أجل $n=0$ لدينا : $u_0=3$ و $3>-4$ أي $u_0>-4$ ومنه $P(n)$ صحيحة من أجل $n=0$ 2- نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أنَ $u_n>-4$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي $u_{n+1}>-4$ لدينا : $u_n>-4$ ومنه $\frac{1}{2}u_n>\frac{1}{2}(-4)$ وبالتالي $\frac{1}{2}u_n-2>\frac{1}{2}(-4)-2$ أي $u_{n+1}>-4$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة . 3- حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنَ $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n	01
3) دراسة تقارب المتتالية (u_n) : - (u_n) متتالية متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد -4 فإنها متقاربة وتتقارب من العدد -4 . - أي $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-4$	0.25
4) لدينا : $v_n=u_n+4$ **ب) البرهان أنَ (v_n) هندسية :** • لدينا : $v_n=u_n+4$ ومنه $u_n=v_n-4$ • ولدينا : $v_{n+1}=u_{n+1}+4=\frac{1}{2}u_n-2+4=\frac{1}{2}(v_n-4)+2$ ومنه $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$ وبالتالي (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=u_0+4=3+4=7$	0.75 + $0.25+0.25$

0.5	**ب) حساب عبارة v_n بدلالة n:** $v_n = v_0 \times q^n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n$
0.5 0.5	**ج) استنتاج أنَ $u_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$ من أجل كل عدد طبيعي n :** • **لدينا :** $u_n = v_n - 4$ **إذن** $u_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$ • **حساب** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$: $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \lim\limits_{n \to +\infty}\left(7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4\right) = -4$ لانَ $\lim\limits_{n \to +\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ حيث $-1 < \frac{1}{2} < 1$
0.5	**د) حساب المجموع S_n:** $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n = v_0 \times \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}\right) = 3 \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}\right)$ أي $S_n = 6\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 6 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$
01	• استنتاج المجموع S'_n : $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n = v_0 - 4 + v_1 - 4 + \ldots + v_n - 4$ ومنه $S'_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n - 4(n+1) = S_n - 4n - 4$ $S'_n = 6 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4n - 4 = 2 - 4n - 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$
06 نقاط	**التمرين الثاني :**
01.5	**1) أ) تمثيل سحابة النقط :** 

ب) حساب إحداثيي النقطة G :

- لدينا : $x_G=\dfrac{50+80+90+100+110}{5}=86$ و $y_G=\dfrac{28+58+70+83+98}{5}=67.4$

$G(86;67.4)$

- تعليم النقطة G

01

2) تبيان أنَ معادلة مستقيم الانحدار (D) هي $y=1.15x-31.5$:

- لدينا : $a=\dfrac{\operatorname{cov}(x;y)}{v(x)}$

x_i	50	80	90	100	110
y_i	28	58	70	83	98
$x_i-\overline{x}$	- 36	- 6	4	14	24
$y_i-\overline{y}$	- 39.4	- 9.4	2.6	15.6	30.6
$(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	1418.4	56.4	10.4	218.4	734.4
$(x_i-\overline{x})^2$	1296	36	16	196	576

إذن : $a=\dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\frac{1}{5}\times 2438}{\frac{1}{5}\times 2120}=1.15$

$b=\overline{y}-a\overline{x}=67.4-1.15\times 86=-31.5$ لأنَ $G\in(D)$

وبالتالي معادلة مستقيم الانحدار (D) : $y=1.15x-31.5$

- رسم المستقيم الانحدار

02.5

3) حساب مسافة التوقف لسيارة تسير بسرعة $200km/h$:

$y=1.15\times 200-31.5=198.5m$

01

التمرين الثالث

06 نقاط

- لدينا : $f(x)=\dfrac{x^2+2x+3}{x^2}$ و $D_f=\mathbb{R}^*=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

1) تعيين الأعداد الحقيقية b,a و c بحيث يكون ، $f(x)=a+\dfrac{bx+c}{x^2}$:

- لدينا : $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2}+\dfrac{2x+3}{x^2}=1+\dfrac{2x+3}{x^2}$

ومنه : $b=2, a=1$ و $c=3$

02

2) حساب النهايات عند حدود مجموعة التعريف :

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+2x+3}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2}{x^2}=1$
- $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)=\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}\left(\dfrac{x^2+2x+3}{x^2}\right)=+\infty$ لأنَ $\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}(x^2+2x+3)=3\\ \lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} x^2=0^+\end{cases}$
- $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\left(\dfrac{x^2+2x+3}{x^2}\right)=+\infty$ لأنَ $\begin{cases}\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}(x^2+2x+3)=3\\ \lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} x^2=0^+\end{cases}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+2x+3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{x^2}=1$

03

• **التفسير الهندسي للنتائج :** - $y=1$ مستقيم مقارب أفقي للمنحني $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$. - $x=0$ مستقيم مقارب عمودي للمنحني $\left(C_f\right)$	01



✌ بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015 ❀